

# Zadání písemné zkoušky z Matematiky 3

FSV UK, ZS 2024-25

Termín číslo 2, 22. 1. 2025

---

1. Vyšetřete konvergenci následující řady.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 2^n}{n^2 + 3^n}$$

(12 bodů)

2. Určete vlastní čísla matice  $\mathbb{A}$  a spočítejte příslušné vlastní vektory.

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 5/4 & 1/2 & 1/4 \\ 1/2 & 2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

(12 bodů)

3. Napište Taylorovy polynomy čtvrtého řádu pro funkce

$$f(x) = 1 - \sin(2x^2) - \cos(2x), \quad g(x) = \cos(x) - \sqrt{1 - x^2}$$

v bodě 0 a s jejich pomocí pak spočítejte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}.$$

(13 bodů)

4. Nalezněte všechny lokální extrémy funkce  $f$  v  $\mathbb{R}^3$ , kde

$$f(x, y, z) = x^2 + z^2 - y + zx^2 + 2xy.$$

(13 bodů)